

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang 1989/90

Mac/April 1990

ZMC 110/4 Kalkulus dan Aljabar Linear

Masa : [3 jam]

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi EMPAT muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan itu.

Jawab KESEMUA LIMA soalan.

Kesemuanya wajib dijawab di dalam Bahasa Malaysia.

1. (a) Jika z_1 dan z_2 adalah nombor kompleks buktikan

$$\left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$$

(10/100)

- (b) Tulis dalam bentuk kutub nombor-nombor kompleks berikut:-

(i) $1 + \sqrt{2} i$

(ii) -7

(iii) $\sqrt{5} i$

(iv) $(1 + i)^5$

(v) $\frac{2 - 2i}{1 + i}$

(30/100)

- (c) Tunjukkan bahawa $\cos \theta = \frac{1}{2}(e^{i\theta} + e^{-i\theta})$.

Buktikan $\cos^3 \theta = \frac{3}{4} \cos \theta + \frac{1}{4} \cos 3\theta$.

(20/100)

- (d) Selesaikan persamaan $z^4 = -16$.
Lakarkan semua punca dalam gambarajah Argand.

(40/100)

...2/-

2. (a) Buktikan $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{1}{(x-4)^4} = \infty$

(20/100)

(b) Carikan had-had berikut:-

(i) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4}{x^2-x-12}$

(ii) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\cos^2 x}{x^2}$

(iii) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^x - 3^{-x}}{3^x + 3^{-x}}$

(iv) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\pi - 2x}$

(v) $\lim_{x \rightarrow 0+} \ln(1+x)^{\frac{1}{x}}$

(50/100)

(c) Buktikan bahawa

$$\sin x = \sin a + (x-a) \cos a - \frac{(x-a)^2}{2!} \sin a - \frac{(x-a)^3}{3!} \cos a + \frac{(x-a)^4}{4!} \sin \epsilon$$

dimana $a < \epsilon < x$.

Tunjukkan bahawa

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!}$$

jika x adalah kecil. Anggarkan ralat dalam formula ini jika $x = 0.01$ radians.

(30/100)

3. (a) Dapatkan $\frac{dy}{dx}$ bagi setiap fungsi berikut:-

(i) $y = \tanh^{-1} x + \tan^{-1} x$

(ii) $ye^{-x} + x \sin y = \cos x$

(iii) $y = \cosh^{-1} \left(\frac{1}{x} \right)$

- (b) Dapatkan $\frac{\partial f}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial y}$ dan $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ bagi fungsi $f(x,y)$ dimana

$$f(x,y) = 5xy^2 + 7x^3 + \sin(xy).$$

(15/100)

- (c) Jika $x = \sinh t$, $y = \cosh t$

hitungkan $\frac{dy}{dx}$ dan $\frac{d^2y}{dx^2}$ pada $t = 0$.

(30/100)

- (d) Dengan menggunakan Kaedah Newton-Raphson hitung suatu nilai hampiran bagi $\sqrt{15}$ (jitu ke 3 tempat perpuluhan).

(25/100)

4. (a) Carikan kamilan-kamilan berikut:-

(i) $\int e^{2x} \sinh x \, dx$

(ii) $\int \frac{dx}{(x-4)(x+5)}$

(iii) $\int \cos^5 x \, dx$

(iv) $\int \frac{dx}{x\sqrt{4x^2+25}}$

(v) $\int \frac{dx}{1+\cos x}$

(60/100)

- (b) Hitung $\int_0^1 \frac{dx}{4+x^2}$ dengan petua Simpson. Pilih $n = 4$.

Bandingkan nilai didapati dengan nilai tepat kamilan.

(40/100)

...4/-

5. (a) Tunjukkan bahawa bagi suatu matriks $R = [r_{ij}]$ yang bersimetri pencong, $r_{ii} = 0$.

(10/100)

- (b) Tentukan pangkat matriks B dimana

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 5 & 7 \end{pmatrix}$$

(10/100)

- (c) Diberi $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Dapatkan (i) penentu $|A|$, (ii) $\text{adj } A$ dan (iii) A^{-1} .

(40/100)

- (d) Selesaikan sistem persamaan dengan menggunakan petua Cramer.

$$3x + y - z = 3$$

$$2x + 2y - 3z = 1$$

$$-x + y - 2z = -2$$

(40/100)

- ooo0ooo -